

Специальность: Программирование в компьютерных системах
Курс: 1, группа: ПКС 199
Дисциплина: Математика
ФИО преподавателя: Евстигнеева Е.А.

Дата: 06.04.2020 (1)

Тема: Интегрирование методом замены переменной

Во многих случаях подынтегральное выражение не позволяет сразу же найти интеграл по таблице. Тогда введение новой переменной интегрирования помогает свести нахождение данного интеграла к нахождению табличного интеграла. Такой метод называется методом подстановки или методом замены переменной.

Разберем метод замены переменной на примере.

Пример 1.

Найти неопределенный интеграл.

$$\int \sin(3x + 1) dx$$

Для решения этого интеграла нам подходит табличная формула

$$\int \sin x dx = -\cos x + C, \text{ и всё дело хотелось бы свести к ней.}$$

Идея метода замены состоит в том, чтобы **сложное выражение (или некоторую функцию) заменить одной буквой**.

В данном случае напрашивается:

$$3x + 1 = t$$

В принципе, можно использовать и другие буквы, но мы всё-таки будем придерживаться традиций.

$$\int \sin(3x + 1) dx$$

Но при замене у нас остаётся dx . Наверное, многие догадались, что если осуществляется переход к новой переменной t , то в новом интеграле всё должно быть выражено через букву t , и дифференциалу dx там совсем не место.

Следует логичный вывод, что dx нужно **превратить в некоторое выражение, которое зависит только от t** .

Действие следующее. После того, как мы подобрали замену, в данном примере,

$3x + 1 = t$, с помощью этого равенства нам нужно найти дифференциал dx .

Определение: Дифференциал функции находится по формуле

$$df(x) = f'(x)dx$$

Например,

$$d(5x - 4) = (5x - 4)'dx = 5dx$$

$$d(2 - 4x) = (2 - 4x)'dx = -4dx$$

Вернемся к нашему заданию. В нашем случае $3x + 1 = t$

Найдем дифференциал от обеих частей равенства:

$$d(3x + 1) = dt$$

$$(3x + 1)'dx = dt$$

$$3dx = dt$$

Теперь выражаем нужный нам множитель:

$$dx = \frac{dt}{3}$$

Таким образом,

$$\int \sin(3x + 1) dx$$

" t " $\frac{dt}{3}$

В итоге:

$$\int \sin(3x + 1) dx = \int \sin t \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int \sin t dt = -\frac{1}{3} \cos t + C$$

В заключении осталось провести обратную замену. Вспоминаем, что

$$t = 3x + 1.$$

$$\begin{aligned} \int \sin(3x + 1) dx &= \int \sin t \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int \sin t dt = -\frac{1}{3} \cos t + C = \\ &= -\frac{1}{3} \cos(3x + 1) + C \end{aligned}$$

Чистовое оформление рассмотренного примера должно выглядеть так:

$$\int \sin(3x + 1) dx$$

Замена:

$$3x + 1 = t$$

$$d(3x + 1) = dt$$

$$(3x + 1)' dx = dt$$

$$3dx = dt$$

$$dx = \frac{dt}{3}$$

$$\begin{aligned} \int \sin(3x + 1) dx &= \int \sin t \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int \sin t dt = -\frac{1}{3} \cos t + C = \\ &= -\frac{1}{3} \cos(3x + 1) + C \end{aligned}$$

Примеры для самостоятельного решения (решаем во время пары)

1) $\int \sin(5 - 2x) dx$

2) $\int e^{4x-1} dx$

3) $\int \frac{dx}{7x+6}$

4) $\int (2 + 5x)^{10} dx$

5) $\int \sqrt[3]{2x-1} dx$

Индивидуальная работа (согласно списку по журналу)

N – номер варианта

Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

№1

$$\int \cos(2x - N) dx$$

№2

$$\int (4 - Nx)^5 dx$$

№3

$$\int \frac{dx}{3x - N}$$

Примечание:

Конспект лекции, примеры для самостоятельного решения, индивидуальную работу сдать в электронном формате (фото) до **21:00 06.04.2020**, прикрепив файл в программном обеспечении «Дистанция». В крайнем случае отправить на почту evgenia_evstigneeva@mail.ru

Замечание

Индивидуальная работа без указания варианта не зачитывается!!!